

ESM 413 Enerji Sistemleri Laboratuvarı-II

RL, RC ve RLC DEVRELERİNİN AC ANALİZİ

Puanlandırma Sistemi:

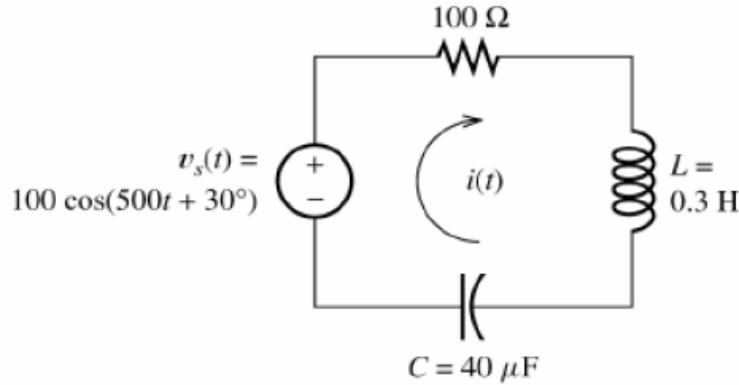
Hazırlık Soruları: %35

Deneyde Gösterilen Katılım ve Sözlü Sınav: %30

Deney Raporu: %35

HAZIRLIK SORULARI

1. Deneye gelmeden önce kompleks sayıları ve fazör çözümleri tekrar ediniz. Fazör çözüm hangi durumlarda kullanılmaktadır?
2. Akım ve gerilim dalgaları arasında faz kayması neden gerçekleşir? Kapasitif ve endüktif durumlarda akım ve gerilim arasındaki ilişkiler (faz açısı bakımından) ne durumdadır?
3. Aşağıdaki devrenin çözümünü fazörler kullanarak yapınız. Devreden geçen akımın ve devredeki her elemanın gerilimini gösteren fazör diyagramı çizin.



DENEY HAKKINDA TEORİK BİLGİLER

AC Devre Analizi Fazör Çözümler

Elektrik sistemlerinde yapılan alternatif akım (AC) devre analizinde, zaman domeninde bulunan anlık sinüzoidal sinyaller frekans domeninde fazörler ile temsil edilir. Bu dönüşüm ile amaçlanan zaman domeni denklemleri içerisinde bulunan integral ve türev ifadelerinden kurtulup, frekans domeninde toplama, çıkarma, çarpma ve bölme gibi basit cebirsel operatörler ile işlem yapabilmektir. Fakat fazör ifadeler ile elde edilen çözümler geçici hal durumlarını içermemekte olup sadece kalıcı hal çözümlerini içermektedir.

Zaman Domeninde İfadeler

İntegral ve Diferansiyel terimler içeren matematiksel denklemler anlık akım ve gerilim ifadeleri olarak incelenir

↔

Frekans Domeninde İfadeler

Basit işlemler içeren cebirsel denklemler ile akım ve gerilim ifadeleri incelenir

Fazör Dönüşümleri Hakkında Genel Bilgi

Fazör çözümlerinin temelinde aşağıda verilmiş olan Euler Özdeşliği vardır.

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$

Euler özdeşliğini kullanarak trigonometrik değerler;

$$\cos \theta = \frac{1}{2}(e^{j\theta} + e^{-j\theta}); \quad \sin \theta = \frac{1}{2j}(e^{j\theta} - e^{-j\theta})$$

olarak yazılabilir. Fazör işlemlerdeki temel yaklaşım, $\cos(\omega t)$ şeklindeki bir sinyali frekans domeninde $e^{j\omega t}$ fazörü ile temsil edip, gereken matematiksel işlemleri frekans domeninde yapmaktır. Fazör olarak elde edilen sonucun reel kısmı söz konusu büyüklüğün zaman domenindeki ifadesini verir.

<i>Başlangıç Büyüklüklerin Frekans Domeninde Temsili</i>	<i>Frekans Domeninde Matematiksel İşlemler</i>	<i>Elde Edilen Sonuçların Zaman Domenine Çevrilmesi</i>
$A \cdot \cos(\omega t + \phi_1) \rightarrow A \cdot e^{j\phi_1}$ $B \cdot \cos(\omega t + \phi_2) \rightarrow B \cdot e^{j\phi_2}$	$+$ $-$ $\times$ $\div$	$C \cdot e^{\theta} \rightarrow \text{Re}\{C \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{\theta}\} = C \cdot \cos(\omega t + \theta)$

Örneğin zaman domeninde sinüzoidal bir büyüklük ele alalım

$$x(t) = M \cos(\omega t + \theta), -\infty < t < \infty$$

Bu büyüklük fazör olarak şu şekilde temsil edilir

$$X = M e^{j\theta} = M \cos \theta + j M \sin \theta$$

Bu temsili fazör büyüklük $e^{j\omega t}$ ifadesi ile çarpılıp, reel kısmı bulunur ise büyüklük tekrar zaman domeninde ifade edilmiş olur;

$$x(t) = \text{Re}[X e^{j\omega t}] = \text{Re}[M e^{j\theta} e^{j\omega t}] = \text{Re}[M e^{j(\omega t + \theta)}] = M \cos(\omega t + \theta)$$

Yukarıda gösterilmiş olduğu üzere, temsili fazör ifadelerle yapılan cebirsel işlemler zaman domeninde de geçerlidir. Alternatif akım elektrik sistemlerinde genellikle rastlanan büyüklükler sinüzoidal değerlerdir. Bu nedenle, elektrik devrelerinin AC analizinde yukarıda verilmiş olan yaklaşım ile fazör ifadeler üzerinden işlemler yapılır. şekildeki akım ve gerilim değerlerinin, kompleks sayılara çevrilmesine ilişkin bir örnek aşağıda verilmiştir.

Zaman Domeninde Sinüzoidal İfadeler

$$v(t) = V_{peak} \cos(\omega t + \theta_v)$$

$$i(t) = I_{peak} \cos(\omega t + \theta_i)$$

$\leftrightarrow$

Frekans Domeninde Sinüzoidal İfadeler

$$V = V_{peak} \angle \theta_v$$

$$I = I_{peak} \angle \theta_i$$

Yukarıda verilen dönüşümde fazör büyüklükler genlik ve açı cinsinden verilmiştir. Buna alternatif olarak fazörler reel ve imajiner bileşenler ile de ifade edilebilir. Fazör büyüklüklerin çeşitli şekillerde ifade edilişi ve fazör diyagramlarında incelenmeleri aşağıda gösterilmiştir.

$$V = V_{peak} \angle \theta_v$$

(genlik ve faz açısı)

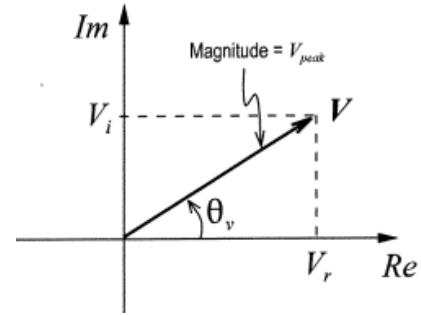
$$= V_r + j V_i$$

(reel ve imajiner bileşen)

$$= V_{peak} \cos \theta_v + j V_{peak} \sin \theta_v$$

$$= V_{peak} [\cos \theta_v + j \sin \theta_v]$$

$$= V_{peak} e^{j\theta_v}$$



Daha önce de bahsedildiği üzere fazör ifadelerin tekrar zaman domenine geçirilmesi aşağıda belirtildiği şekilde yapılabilir.

$$v(t) = \text{Re}[V e^{j\omega t}]$$

$$i(t) = \text{Re}[I e^{j\omega t}]$$

Fazörlerde Matematiksel İşlemler

Aşağıda fazör ifadelerle yapılan toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri kısaca özetlenmiştir.

Toplama

$$V_1 + V_2 = (V_{1r} + j V_{1i}) + (V_{2r} + j V_{2i}) = (V_{1r} + V_{2r}) + j(V_{1i} + V_{2i})$$

Çıkarma

$$V_1 - V_2 = (V_{1r} + j V_{1i}) - (V_{2r} + j V_{2i}) = (V_{1r} - V_{2r}) + j(V_{1i} - V_{2i})$$

Çarpma

$$V_1 V_2 = (V_1 \angle \theta_1)(V_2 \angle \theta_2) = V_1 V_2 \angle (\theta_1 + \theta_2)$$

Bölme

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1 \angle \theta_1}{V_2 \angle \theta_2} = \frac{V_1}{V_2} \angle (\theta_1 - \theta_2)$$

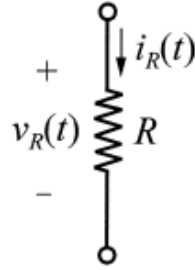
Empedans

Bir devrenin empedansı, devre üzerindeki gerilim ile akım oranının frekans domeninde değerlendirilmesi olarak tanımlanır. Yani, AC devrelerde kullanılan empedans kavramı, DC devrelerdeki direnç kavramının eşdeğeri olarak düşünülebilir.

<i>DC Devreler</i>	<i>AC Devreler</i>
Direnç $\rightarrow R = v(t)/i(t)$	Empedans $\rightarrow Z = V/I$

Direncin Empedansı

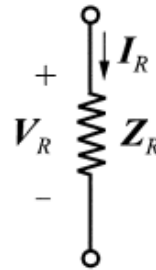
Zaman Domeni



$$v_R(t) = V_{peak} \cos(\omega t + \theta_v)$$

$$i_R(t) = \frac{v_R(t)}{R} = \frac{V_{peak}}{R} \cos(\omega t + \theta_v)$$

Frekans Domeni



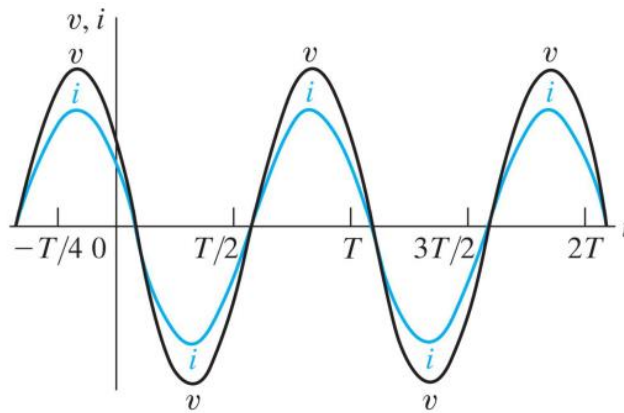
$$V_R = V_{peak} \angle \theta_v$$

$$I_R = \frac{V_{peak}}{R} \angle \theta_v$$

$$Z_R = \frac{V_R}{I_R} = \frac{V_{peak} \angle \theta_v}{\frac{V_{peak}}{R} \angle \theta_v}$$

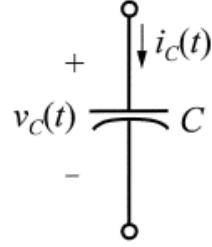
$$Z_R = R$$

Rezistif bir devrede akım ve gerilim aynı fazdadır. Ayrıca devrenin empedansında sadece rezistif bileşenler olduğu için, empedans frekanstan bağımsız reel bir değerdir. Aşağıdaki şekilde bir direncin gerilim ve akım grafikleri verilmiştir.



Kapasitenin Empedansı

Zaman Domeni



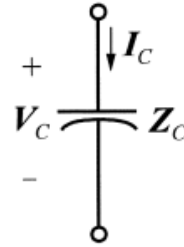
$$v_C(t) = V_{peak} \cos(\omega t + \theta_v)$$

$$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}$$

$$= C [-\omega V_{peak} \sin(\omega t + \theta_v)]$$

$$= \omega C V_{peak} \cos(\omega t + \theta_v + 90^\circ)$$

Frekans Domeni



$$V_C = V_{peak} \angle \theta_v$$

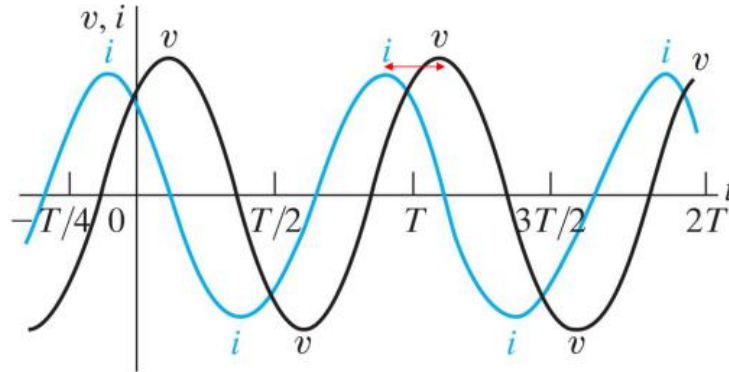
$$I_C = \omega C V_{peak} \angle (\theta_v + 90^\circ)$$

$$Z_C = \frac{V_C}{I_C}$$

$$= \frac{V_{peak} \angle \theta_v}{\omega C V_{peak} \angle (\theta_v + 90^\circ)}$$

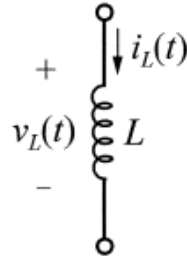
$$= \frac{1 \angle -90^\circ}{\omega C} = \frac{1}{j\omega C}$$

Yukarıda verildiği üzere, bir kapasite üzerindeki gerilim ve akım ifadeleri zaman domeninde diferansiyel denklemler kullanarak elde edilir iken, frekans domeninde fazörler kullanılarak çok daha basit işlemler ile elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre kapasite üzerindeki akım, kapasite gerilimine göre 90° ileridedir (leading). Aşağıdaki şekilde bir kapasitenin gerilim ve akım grafikleri verilmiştir.



Endüktif Devrenin Empedansı

Zaman Domeni



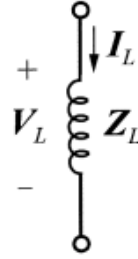
$$i_L(t) = I_{peak} \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$= L [-\omega I_{peak} \sin(\omega t + \theta_i)]$$

$$= \omega L I_{peak} \cos(\omega t + \theta_v + 90^\circ)$$

Frekans Domeni



$$I_L = I_{peak} \angle \theta_i$$

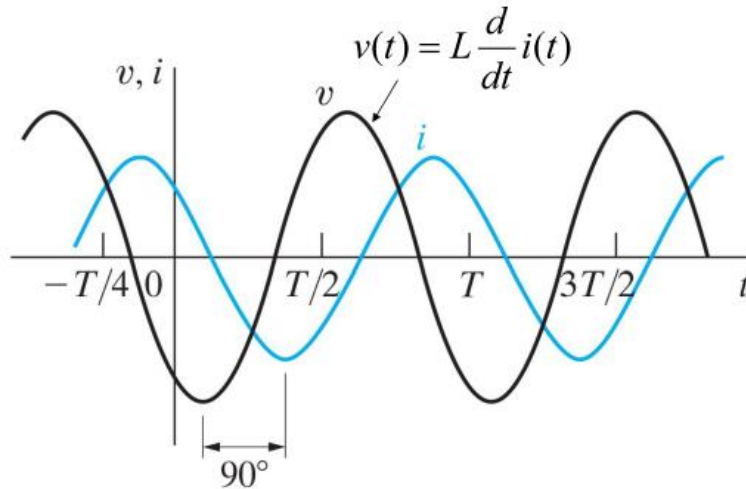
$$V_L = \omega L I_{peak} \angle (\theta_v + 90^\circ)$$

$$Z_L = \frac{V_L}{I_L}$$

$$= \frac{\omega L I_{peak} \angle (\theta_v + 90^\circ)}{I_{peak} \angle \theta_v}$$

$$= \omega L \angle 90^\circ = j\omega L$$

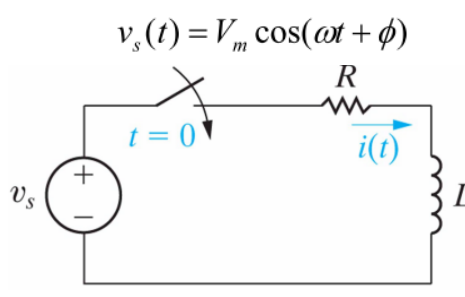
Yukarıda verildiği üzere, bir endüktans üzerindeki gerilim ve akım ifadeleri zaman domeninde ve frekans domeninde elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre endüktans üzerindeki akım, kapasite gerilimine göre 90° geridedir (lagging). Aşağıdaki şekilde bir endüktansın gerilim ve akım grafikleri verilmiştir.



Seri Bağlı RL Empedansı Üzerinde Geçici Hal ve Kararlı Hal Cevabının İncelenmesi

Bu bölümde, seri bağlı bir RL devresi incelenecektir. Bu devreyi temsil eden diferansiyel denklemler zaman domeninde çözülerek aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir. Zaman domeninde yapılan çözümler “*Geçici Hal Cevabı*” ve “*Sürekli Hal Cevabı*” olarak iki bileşende incelenebilir. Geçici hal cevabı devrenin geçici bir süre için gösterdiği davranış iken, sürekli hal cevabı ise devrenin işleyişi aynı şartlar altında sürdüğü sürece göstereceği davranıştır.

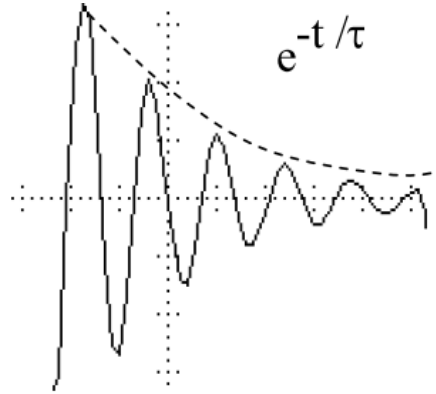
$$i(t) = i_{tr}(t) + i_{ss}(t),$$



$$\begin{cases} i_{tr}(t) \equiv -\frac{V_m \cos(\phi - \theta)}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} e^{-(R/L)t} & \text{Geçici Hal Cevabı} \\ i_{ss}(t) \equiv \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos(\omega t + \phi - \theta) & \text{Sürekli Hal Cevabı} \\ \theta = \tan^{-1}(\omega L / R). \end{cases}$$

$t \rightarrow \infty$ için yok olur
 $t \rightarrow \infty$ için kalıcıdır

Elde edilen çözüm aşağıda grafiksel olarak resmedilmiştir. Görüleceği üzere geçici hal cevabı belirli bir süre için gözlemlenebilir iken sürekli hal cevabı $t \rightarrow \infty$ için gözlemlenebilir.



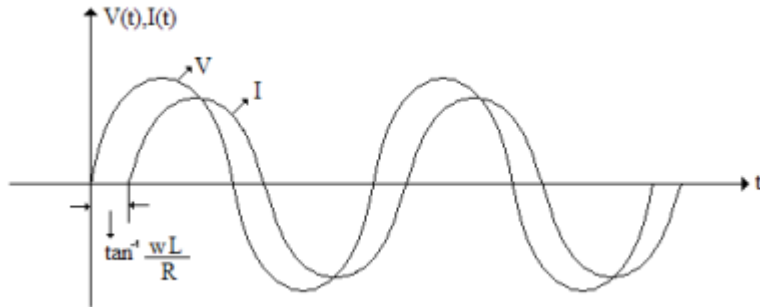
Fazörler ile yapılan çözümlerde geçici hal cevabı gözlemlenemez. Bu çözümler sadece sürekli hal cevabını içerecektir. Devrenin sürekli hal cevabı aşağıda resmedilmiştir.

$$Z = R + j\omega L$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{R + j\omega L} = \frac{V \angle 0^\circ}{Z \angle \phi}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

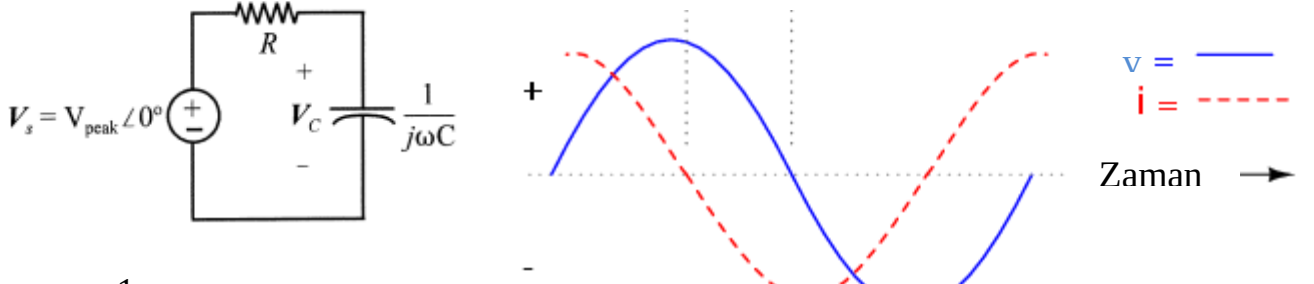
$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$



Burada görüleceği üzere devrede endüktans bulunduğu için akım ile gerilim arasında bir faz kayması olacaktır. Bu faz kayması negatif olup (akım gerilimin gerisinde) 90° 'den az olacaktır.

Seri Bağlı RC Devresi

Aşağıda seri bağlı bir RC devresinin fazörler ile çözümü verilip, gerilim ve akım dalga şekilleri resmedilmiştir. Görüleceği üzere böyle bir devrede akım ile gerilim arasında pozitif bir faz kayması olup (akım gerilimden önde), bu faz kayması 90° 'den küçük olacaktır.



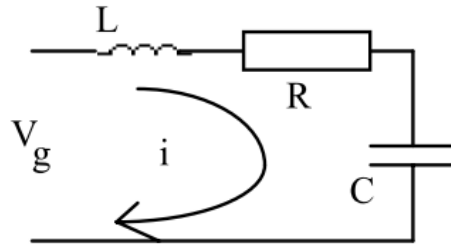
$$Z = R + \frac{1}{j\omega C}$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{V \angle 0^\circ}{Z \angle \phi}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(-\frac{1/\omega C}{R}\right), \quad Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Seri Bağlı RLC Devresi

Aşağıda seri bağlı bir RLC devresi gösterilmiştir. Bu devre, aynı zamanda Seri Rezonans Devresi olarak da adlandırılmaktadır.



Söz konusu devrenin empedansı ve devre üzerinden geçecek akım aşağıda verildiği şekilde fazörler ile hesaplanır. Yapılan hesaplardan görüleceği üzere, devre empedansının imajiner bileşeninde hem endüktansın hem de kapasitenin etkisi vardır.

$$Z = R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L$$

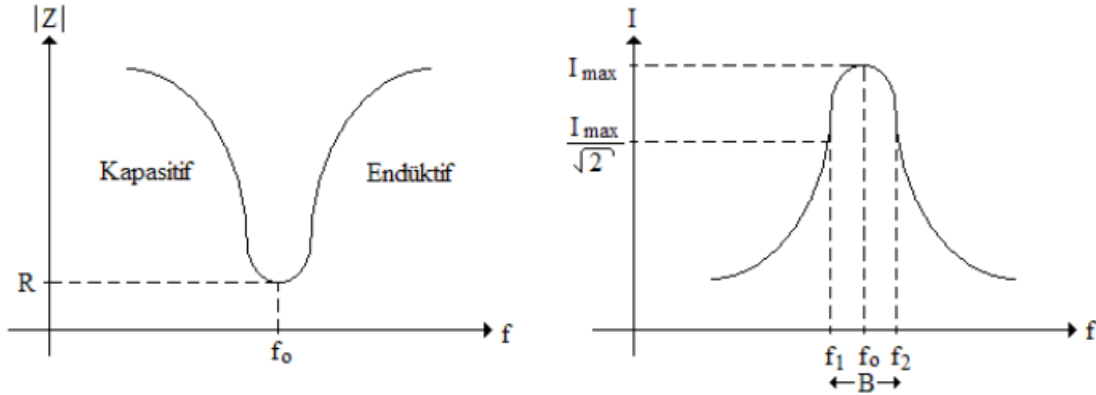
$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L} = \frac{V \angle 0^\circ}{Z \angle \phi}$$

$$\Phi = \tan^{-1} \left(\frac{\omega L - 1/\omega C}{R} \right), \quad Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

Kapasitenin empedans formülünden anlaşılacağı üzere, frekans arttıkça kapasitenin empedansı azalmaktadır. Bu duruma zıt olarak, endüktansın empedansı ise artan frekans ile beraber artmaktadır. Yani endüktif bileşen ile kapasitif bileşen birbirine zıt olarak çalışmaktadır. Bu bilgiler ışığında seri rezonans devresinin empedansı tekrar incelendiğinde, devrenin düşük frekanslarda kapasitif, yüksek frekanslarda ise endüktif davranacağı görülecektir. Fakat, söz konusu devre için belli bir frekansta endüktif bileşen ile kapasitif bileşenin büyüklükleri eşit olacak ve bu neticede birbirlerinin etkilerini yok edeceklerdir. Böylelikle, tam bu frekans noktasında seri bağlı RLC devresi rezistif bir devre gibi davranacaktır. Bu frekansa “Rezonans Frekansı” adı verilmekte olup, aşağıda belirtilen formül ile hesaplanabilir.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Rezonans frekansında empedansın genliği rezistif bileşen olan R'ye eşit olup, alabileceği minimum değerde olacaktır. Bu nedenle devre üzerinden geçen akım bu noktada maksimum değerine ulaşacaktır. Bu durum aşağıdaki şekillerde resmedilmiştir.



DENEYDE KULLANILACAK CİHAZLAR

- 1. AATech ADS-3102A Dijital Osiloskop:** Devrede bulunan dalga şekillerinin görüntülenebilmesi amacı ile kullanılacaktır.
- 2. Breadboard:** Deney düzeneklerinin kurulabilmesi amacı ile kullanılacaktır.
- 3. Pasif devre elemanları (R, L ve C):** $R = 4.7 \, \Omega$, $L = 100 \, \mu\text{H}$, $C = 220 \, \mu\text{F}$
- 4. AATech AWG-1020 Fonksiyon Üretici:** Kurulan devreye çeşitli frekanslarda sinüzoidal gerilim uygulamak amacı ile kullanılacaktır.
- 5. USB (Deneye katılan öğrenci grubu getirmelidir):** Osiloskopta yapılan ölçümlerin kayıt edilmesi amacı ile kullanılacaktır.

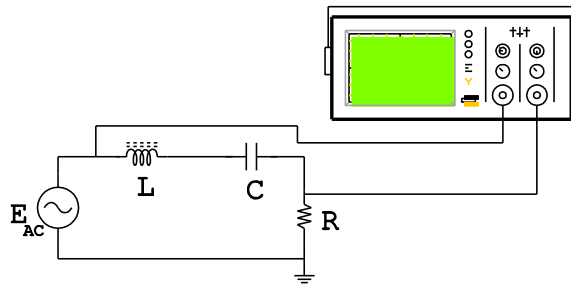
DENEYİN YAPILIŞI

RL ve RC Devreleri

1. RC devresini breadboard üzerine kurunuz.
2. Elinizde bulunan iki kanallı osiloskopun bir kanalı ile giriş gerilimini, diğer kanalı ile de direnç üzerindeki gerilimi ölçmek üzere bağlantılarını yapınız. (Direnç üzerindeki gerilim ifadesinden devreden geçen akım ifadesi bulunacaktır).
3. Kaynak olarak bağladığınız fonksiyon üreticiden $1 V_{RMS}$ değerinde bir sinüzoidal gerilim üretiniz. Osiloskop ekranından gerilim ve akım ölçümlerine bakıp, belirgin bir faz kayması elde edecek şekilde gerilimin frekansını ayarlayınız.
4. Osiloskop üzerindeki “Cursor” özelliğini kullanarak faz kaymasını ölçünüz.
5. Bu ölçüm yapılırken osiloskop ekran görüntüsünü yanınızda getirdiğiniz USB’e kayıt ediniz.
6. Aynı ölçümleri, 3. Adımda belirlediğiniz frekansın yarısında ve iki katında yapınız ve tabloyu doldurup ekran görüntüsü alınız.
7. Aynı adımları RL devresi için tekrarlayınız.

RLC Devresi

1. RLC devresini breadboard üzerine kurunuz.
2. Elinizde bulunan iki kanallı osiloskopun bir kanalı ile giriş gerilimini, diğer kanalı ile de direnç üzerindeki gerilimi ölçmek üzere bağlantılarını yapınız. (Direnç üzerindeki gerilim ifadesinden devreden geçen akım ifadesi bulunacaktır).



3. Elinizdeki devre elemanlarının değerlerini kullanarak rezonans frekansını, f_0 , hesaplayınız. $f_0/10$ ile $10.f_0$ arasında 20 farklı frekans için giriş gerilimi ile direnç üzerindeki gerilimin RMS değerlerini ölçünüz. Bu ölçümleri yapmak için osiloskop üzerindeki “Measure” butonunu kullanınız.
4. Yapılan ölçümleri kullanarak devrenin empedansını, Z , hesaplayınız.

RC Devresi Ölçümleri

Frekans [Hz]	Giriş Gerilimi Genliği [V _{RMS}]	Direnç Gerilimi Genliği [V _{RMS}]	Akımın Genliği [A _{RMS}]	Devre Empedansı Genliği [Ω]	Ölçülen Faz Kayması

RL Devresi Ölçümleri

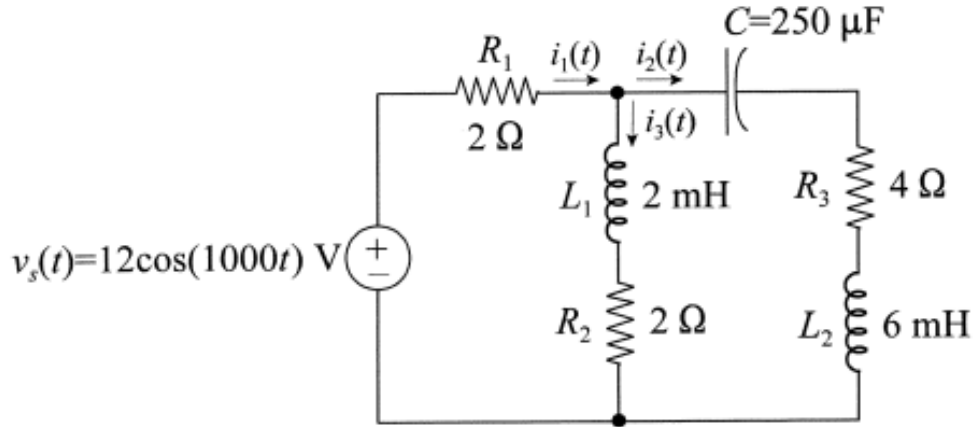
Frekans [Hz]	Giriş Gerilimi Genliği [V _{RMS}]	Direnç Gerilimi Genliği [V _{RMS}]	Akımın Genliği [A _{RMS}]	Devre Empedansı Genliği [Ω]	Ölçülen Faz Kayması

RLC Devresi Ölçümleri

[illegible]

DENEY RAPORUNUN HAZIRLANMASI

1. Deney esnasında yapmış olduğunuz ölçümler ile alakalı tabloları doldurunuz. Yapılan ölçümlerle alakalı ekran çıktıtarını da tablolar ile birlikte raporunuzda veriniz. Elde edilen sonuçları yorumlayınız.
2. RLC devresi için yapılan ölçümleri kullanarak devre empedansının, Z , frekans ile olan değişimini gösteren grafiği çizdiriniz. Elde edilen sonuçları yorumlayınız.
3. Aşağıda verilen devredeki tüm akımların fazör ifadelerini bulunuz.



4. Aşağıda verilen devredeki tüm akımların fazör ifadelerini bulunuz.

